



La place du symbolique dans la conceptualisation

Odette BASSIS

Écrire ses pratiques ? Mais pour qui, pour quoi ? Ainsi une chose est-elle d'écrire telle ou telle démarche en direction des enseignants, comme fiche en quelque sorte, quoique commentée, accompagnée de pratiques effectives ; autre chose est de s'en saisir pour tenter de dégager, au travers de productions d'enfants, ce qui se joue dans les modifications de leurs représentations mentales et ceci, jusqu'à la conceptualisation.

Ici, il s'agira
d'une
démarche
d'auto-
socio-cons-

« ne pas confondre dimension épistémologique
et dimension épistémique »

struction en mathématique. Mais l'objectif visé est d'être seulement un support pour suivre les types d'activités que vivent les élèves. Afin de pouvoir s'en saisir comme outils d'analyse concernant le but même de toute démarche qui est, au travers de tout travail de conceptualisation, de se construire des schèmes réflexifs, capables de cerner telle ou telle problématique, capables de mises en relation, de coordinations et structurations. Et le tout, dans et par un travail dans le symbolique.

En quoi toute démarche, à la fois dans et bien au-delà de sa forme « didactique » peut permettre de faire émerger certains « invariants » (comme il en est dans toutes disciplines) qui y sont en travail, et particulièrement la dynamique d'inter-relations entre signes et sens, entre signifiant et signifié, dans et par le champ spécifique du symbolique.

D'un vécu concret à des étapes successives de conceptualisation

C'est donc le retour à une démarche connue d'auto-socio-construction, ouvrant sur la notion d'addition, qui va donner matière à revenir sur les étapes de

conceptualisation¹. Ainsi à partir d'une situation concrète plongée dans le quotidien, il s'agira d'en suivre les étapes successives qui conduisent du mime au dessin, du dessin au diagramme et ceci, jusqu'à l'introduction d'une opération numérique. L'objectif est d'analyser, dans le déroulé des activités, de quelle nature sont ces activités, de quelles médiations elles sont porteuses.

Un préalable nécessaire, pour mesurer l'enjeu de telles démarches, est de ne pas confondre, quant aux concepts en construction, leur dimension épistémologique et leur dimension épistémique :

- les concepts n'existent que parce qu'ils ont été, dans l'histoire de la culture humaine, produits par des activités spécifiques de la pensée. Concepts dont les mises à l'épreuve, les réinvestissements leur ont donné un statut de reconnaissance scientifique, culturelle qui, toutefois, peut les amener à être remaniés, parfois relativisés voire écartés, bien que le plus souvent inscrits dans de nouveaux concepts. C'est leur dimension épistémologique.

- notre apport à l'éducation nouvelle, aujourd'hui, est de donner à connaître et faire vivre la possibilité de pratiques de conceptualisation par les apprenants (enfants ou adultes) dans des alternances de temps - individuels et collectifs - à partir de situations spécifiques. C'est leur dimension épistémique².

1 Démarche réalisée de multiples fois auprès d'enfants de CP. Démarche déjà écrite dans *Mathématique : les enfants prennent le pouvoir*, Odette Bassis, Nathan, 1984, puis reprise dans *Concepts-clés et situation problèmes en mathématiques*, Hachette, 2003, Tome 1.

2 Cette distinction entre dimension épistémologique et dimension épistémique n'est pas toujours bien différenciée dans de nombreux textes d'auteur (cf : Encyclopédie Universalis). Le choix posé par cette distinction (cf. le chapitre « Quel savoir » in *Se construire dans le savoir*, Odette Bassis, ESF, 1998) est le fait de notre attachement à une clarification entre ce qui relève de la connaissance dite « établie » (construite dans une auto-socio-historicité) et la connaissance propre au sujet, à partir de ses activités cognitives et dans son inter-relation avec les autres. En somme c'est la conquête par chaque sujet apprenant de ses propres savoirs.

L'exemple choisi ici est à la fois fort simple et suffisamment caractéristique pour pouvoir expliciter des types d'« étapes-clés » dans l'auto-socio-construction de savoirs nouveaux. Il s'agit précisément d'une démarche qui est au fondement de la notion d'addition entre deux nombres (classe de CP) : deux nombres qui en constituent, d'une certaine façon, un troisième. En sachant que ce qui se produit entre ces nombres n'est autre que la traduction de ce que deviennent deux ensembles quand leur « réunion » forme un nouvel ensemble. Les nombres représentant, pour chacun des ensembles, leur « cardinal » (le nombre respectif d'éléments qui les constitue, quelle qu'en soit leur nature).

La situation de départ est on ne peut plus simple : « Maman va au marché, elle achète 3 bananes et 4 oranges. »

Mime

L'important du mime est la restitution corporelle, chronologique, sensible de l'action. C'est dans ce mime que l'on voit le fait de mettre ensemble (dans un sac, un panier ou même dans les bras) les 2 "collections" d'objets achetés.

Moment très vivant où les enfants se plaisent à faire intervenir des variantes avec des commentaires multiples dans la classe³.

Dessin

1 - « Faites un dessin » en précisant « pour expliquer, pour comprendre ce qui s'est passé. »



FIG. 1

Un dessin parmi d'autres, toujours aux couleurs variées, avec des scènes différentes : la Maman allant au marché, devant l'étalage ou après l'achat, vers la maison... D'autres personnages, dont

bien sûr la marchande⁴.

Les objets achetés sont, en général, nettement dessinés, coloriés. Ils sont séparés, rarement entourés entre eux. On étale les dessins par terre en mettant les enfants autour, avec possibilité qu'ils se déplacent pour voir tous les dessins. Les commentaires fusent.

2 - « Observez ces dessins. »

La verbalisation par les enfants permet de mettre l'accent sur telle ou telle différence, sans chercher à ce qu'elle soit forcément significative. L'attention se porte plus spécifiquement sur les fruits achetés et la façon de les représenter, hors ou non du panier, entourés eux-mêmes ou non, etc.

Une autre série de dessins est encore demandée : « ce qui vous paraît le plus important qui c'est passé ». Des dessins sont produits avec l'accent mis sur les fruits

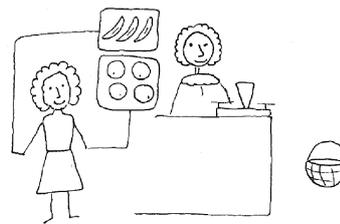


FIG. 2

achetés. Et des élèves commentent : « C'est le panier qui est le plus important » en précisant « la Maman, ça fait rien, c'est plus la peine de la dessiner ». Le travail commence à porter sur la représentation de ce qui est acheté.

3 - « Maintenant que vous avez vu plusieurs dessins, essayez de dessiner ce qui vous paraît vraiment important pour bien comprendre ce qui s'est passé avec les fruits » :

Là, on constate des modifications notables. Le panier, parfois absent du 1er dessin d'un enfant, apparaît nettement ensuite ; les fruits y sont représentés, mêlés entre eux, ou séparés, voire eux-mêmes entourés (fig. de 3 à 6 issus d'élèves différents). Les dessins sont encore rassemblés devant les élèves pour être vus, comparés, commentés encore. L'enseignante a souci de faire expliciter en quoi les dessins sont différents et ce qu'ils s'apportent entre eux. Et cela, en se gardant d'interpréter elle-même, tout en restant dans son rôle d'animation. C'est ainsi qu'elle invite les élèves à « dire » ce qu'ils voient, comment ils le voient.



FIG. 3



FIG. 4

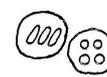


FIG. 5

Il s'agit surtout que les élèves puissent qualifier -

par le langage ou en montrant tel ou tel dessin - comment sont représentés de façon différente fruits et panier. Le dessin a une importance décisive car il est une médiation - un langage iconique - qui a fonction de représentation de ce qui se joue pour eux, mentalement, au travers de ces mises en relation nouvelles qui se font, non plus entre les objets (fruits, panier) mais entre les « ensembles » qu'ils constituent, et précisément, la relation nouvelle qui est perçue entre ceux-ci. Ce qui est dessiné devient peu à peu autre chose. Et le besoin se fait sentir, pour soi-même ainsi que pour mieux se faire comprendre auprès des autres, de donner « corps » au type de représentation

3 Plus encore que le mime, c'est en allant avec sa classe au marché qu'une institutrice - Joelle Pavlenko - me confia très récemment comment elle avait fait démarrer toute la démarche qui suivit - avec toutes les étapes envisagées - à partir des fruits achetés, mangés ensuite en classe...

4 Les dessins successifs présentés ici proviennent de ce qui peut être dégagé d'une trentaine de dessins et schémas issus de 3-4 séances de CP (dessins individuels et numérotés pour chaque séance). Les variantes sont riches de fantaisies mêlées à l'essentiel. La place ici ne permet pas de les restituer. C'est aussi en GS de maternelle qu'ont pu être produits par les enfants de tels types de dessin, tout au moins pour les toutes premières étapes de la démarche.

mentale qui est en train de se modifier, qui est en train de changer de terrain de réflexion en quelque sorte. Apparaissent désormais des dessins du type :

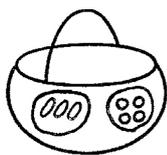


FIG. 6

Dessin qui est bien la manifestation d'une activité éminente de coordination et structuration entre les différents ensembles, désormais mieux identifiés en tant que tels. Arrivé à cette

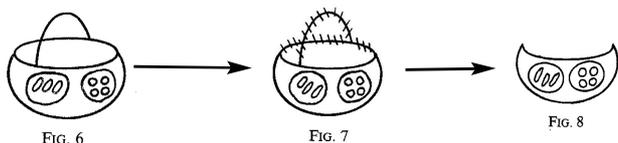
étape (c'est-à-dire une 2^{ème}, 3^{ème} ou 4^{ème} séance suivant les situations précédentes) on peut voir dans les dessins individuels des enfants, des variantes de couleurs, de formes et agencements. Toutefois un invariant commun : la mise en évidence à la fois des deux ensembles de fruits ainsi que du panier qui les contient, alors qu'ils avaient pu être dessinés les uns et les autres séparément, antérieurement. C'est là où sont importants les moments collectifs d'observation des dessins dans la classe, avec des commentaires d'enfants venant « montrer » ce qui est « pareil » ou non, au-delà de l'apparence visuelle première de tel ou tel dessin. Avec des mots qui cherchent à cibler ce qui désormais est observé, sur le devant de la scène. Et particulièrement avec le besoin manifeste de « signifier » - laisser trace de - ce qui est en train de se penser, sur un plan autre que les manipulations des fruits et du panier, loin désormais du marché...

Du dessin au diagramme

« Refaites encore un dessin en essayant de bien montrer ce qui vous paraît le plus important. »

C'est dans un tel moment qu'une fillette, venue au tableau expliquer son dessin (de type figure 6)⁵, se mit à effacer avec sa main l'anse du panier et jusqu'à son rebord devenant maintenant inutile. Alors, répondant à l'enseignante qui l'interrogeait sur ce geste: « mais on n'en a plus besoin ! » (figures 7 à 8).

Avec ce geste, bien loin d'être anodin, cette élève passait du dessin au diagramme (préfigurant la fig. 9) comme un dernier pas, mais combien décisif, dans une activité de plus en plus « signifiante ». Saut qualitatif où le panier disparaît pour faire place à l'ensemble-réunion.



Le dessin du panier et des fruits devient un diagramme.

C'est une telle dynamique qui met en évidence combien l'activité qui se joue, là, est celle de la fonction du symbolique. Travail où le signifiant change de mode d'expression en devenant trace nouvelle. Un travail où

se lit un va et vient entre signifiant et signifié. Une remarque importante à souligner ici, c'est que ce changement se fait par une « mise à l'écart » du concret du panier, un retrait (de l'anse et du bord) qui, contrairement en apparence, efface pour ouvrir sur autre « chose » à mettre en évidence, autre « chose » qui manquait, en quelque sorte à ce niveau là, mettant en évidence un nouveau champ d'activité de la pensée, un nouveau champ cognitif.

On pourrait dire en d'autres termes qu'il y a un processus d'ABSTRACTISATION. Mais en notant combien ce champ nouveau a besoin lui-même d'être « signifié », c'est-à-dire de s'exprimer - concrètement, sur le papier - avec des signes propres. Comme il en a été dans l'histoire de toute écriture, de tout surgissement de signes qui font sens. De signes devenus nécessaires pour soi-même autant que pour se faire comprendre auprès des autres. Et donc des signes prenant, ce faisant, une dimension sociale.

On est là au cœur d'un « procès de la signifiante »⁶, c'est-à-dire un processus où signe et sens s'interpellent, où signifiant et signifié coexistent. Le signe devenant nécessaire comme porteur de sens et le sens rendu entendable, visible grâce au signe qui le désigne.

Du diagramme à l'opération

Ainsi voit-on les dessins devenir des diagrammes, les objets initiaux (bananes et oranges) perdre leur réalité concrète pour n'être plus ensuite évoqués que par des traits ou des croix. Objets concrets qui deviennent d'autres « objets » pour la pensée : ils sont maintenant des éléments d'ensembles différents (fig. 9 à fig. 10). Et c'est dans cette nouvelle dynamique qu'apparaissent les nombres respectifs (3 et 4) de ces objets que sont désormais les ensembles qu'ils constituent. Comme est caractérisé par le nombre 7 (ensemble des fruits achetés) l'ensemble-réunion des deux ensembles précédents.

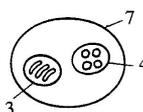


FIG. 9

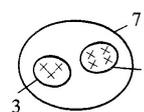


FIG. 10

Ainsi, de dessin en diagramme, ce ne sont plus les fruits ni le panier qui sont représentés. Ce qui

est « signifié », c'est-à-dire « présentifié » en quelque sorte par ces diagrammes en gestation, c'est la coordination qui s'établit désormais entre les ensembles. Ce qui rend possible, pour les caractériser, d'introduire les étiquettes des

5 C'était au Tchad où, dans les coulisses du grand projet réalisé, étaient tentés dans des classes de telles mises en situation (appelées plus tard « démarches »). Là bas, pas de papiers ni crayons de couleur ; seulement l'ardoise pour dessiner. Mais, dans un tel moment, ce qui surgissait, outre le passage au diagramme, c'était une sorte de jubilation !

6 Terme repris par Julia Kristeva (cf. « Sémiotique-sémiologie » in Encyclopédie Universalis) et Roland Barthes (cf. « Théorie du texte ») pour désigner la dynamique du travail du signe (du langage) avec le sujet, du sujet dans le signe.

nombre que sont les « cardinaux » de ces ensembles. Ainsi sont mis sur les diagrammes, chemin faisant, les nombres 3, 4 et 7.

Ce qui conduit à une autre étape où ne sont même plus représentés les éléments qui constituent les ensembles, du moment que demeure l'étiquette des nombres. La simplification est à lire non comme manque mais comme ajustement plus fin à ce qui est désormais essentiel à « signifier », entre ce qui est représenté et la symbolique qui en donne trace.

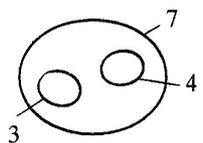


FIG. 11

Un nouveau tournant est pris : l'accent est mis sur ce qui se passe entre les nombres, leur mise en relation entre eux. Ainsi germe le fait qu'au couple (3, 4) correspond le nombre 7.

Tout est prêt pour que l'enseignant introduise la notation conventionnelle $3 + 4$ comme étiquette de l'ensemble-réunion.

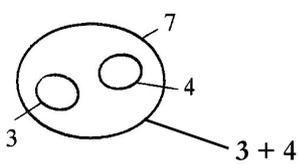


FIG. 11

Après quoi l'observation des élèves aboutit au fait que le même ensemble (réunion) peut aussi bien avoir pour étiquette $3 + 4$ que 7. D'où une forme

d'équivalence qui permet d'introduire le signe « = », ce qui conduit à l'écriture numérique :

$$3 + 4 = 7$$

Ainsi les nouveaux signes « + » et « = » viennent-ils de prendre place.

Sans doute il faudra reprendre, consolider tout cela à partir d'autres situations de départ. Mais une porte est désormais ouverte, un palier est désormais franchi. Et ceci dans cette « discipline » si ardue pour tant d'élèves que deviennent vite les mathématiques⁷. Ce qui donne toute leur importance aux « débuts », sachant combien ils déterminent la suite.

- Notons combien il est regrettable qu'ait été éliminé des programmes le recours aux « ensembles » dont on peut percevoir ici la médiation qu'ils rendent possible, en relation avec le sens de la situation initiale. Il faut dire que l'usage qui en était fait - définitions, relations données comme « abstraites » - ne rendait guère possible pour les élèves d'en déceler leur pertinence et leur fonction.

- Notons aussi que s'il pouvait paraître simpliste d'avoir franchi toutes les étapes précédentes pour une opération aussi « sommaire » qu'est l'addition, il est nécessaire de souligner le temps historique mis pour en arriver à une convention de signes tels que « + » et « = » introduits d'abord séparément, et pas avant le 15^e siècle pour l'un, le 16^e siècle pour l'autre.

En définitive et poursuivant ensuite le maniement de l'opération « addition » entre les nombres, ce sont deux buts conjoints qui sont en jeu, peaufinés dans d'autres situations et réinvestissements : la signification de la notion d'addition mais aussi, bien sûr, l'accès à une fonctionnalité opératoire. Deux objectifs souvent séparés, avec le plus souvent l'accent mis sur une fonctionnalité qui ne sait pas sur quoi s'appuyer quand on voit tant d'enfants, par la suite, ne sachant pas quelle opération utiliser dans telle ou telle situation. Bien sûr, pour l'opération addition, un autre processus devra être enclenché, s'appuyant sur les principes de l'écriture numérique décimale, laquelle renvoie à une autre démarche spécifique, non moins nécessaire pour que se découvre le principe des retenues. Où sont mises en relation la démarche ici présentée et la construction par les élèves du concept de numération. Des réinvestissements eux-mêmes constructeurs de synthèses nouvelles quand les deux pôles conceptuels sont solidement arriérés l'un à l'autre.

Ainsi sont scandées les grands étapes de la démarche introductive de l'addition, à partir de la situation initiale et jusqu'à l'introduction de l'addition :



En soulignant pour chaque étape, impulsée et soutenue par l'enseignant, le double va et vient - en des temps résolument spécifiques - entre chacun et les autres.

Des étapes successives se différenciant, sous forme de tuilage et avec des mobiles spécifiques au fur et à mesure, où les activités engendrées mettent en liaison signifiant et signifié, avec des modes d'expression se modifiant au fur et à mesure. Mais toujours avec un langage en oeuvre, qu'il soit celui du corps, celui du dessin, du diagramme et jusqu'à l'opération, elle, strictement numérique.

Ont pu voir le jour des paliers d'objectivation qui sont autant de pas en avant pour une conceptualisation en acte. Où l'on peut suivre en quoi la pensée se fraye un chemin dans une dynamique qui est celle d'une subjectivité objectivante. Où le sujet est toujours là mais, au fur et à mesure, autrement là.

Bien sûr, la situation initiale du marché peut être un « incipit » fort simple, au demeurant, pour lancer une multitude d'activités, avec des objectifs différents :

- comme « histoire » à poursuivre qui débute par « Il était une fois une Maman qui allait au marché... » en ouvrant sur mille et une péripéties à imaginer, raconter, écrire...

⁷ Les nouvelles données de PISA publiées actuellement, interrogent justement l'apprentissage des mathématiques, tout autant que l'entrée dans « l'écrit ». Ce qui devrait questionner les pseudo-évidences des pédagogies mises en oeuvre.

- comme amorce pour un atelier d'écriture où les mots se catapultent les uns les autres, se choisissent, s'acoquinent entre eux.

- comme dessin : imaginaire ou à partir d'une sortie au marché, de photos ou autre encore... avec un parti pris personnel, sensible, qui est attendu pour être mis en travail.

À chaque fois une impulsion est lancée. A chaque fois c'est un champ propre du symbolique qui est convoqué. Mais faut-il encore que cette impulsion soit suivie d'effets, qu'elle ne s'arrête pas à une seule première esquisse. Ce qui serait interrompre trop tôt ou peut-être même empêcher le déploiement du processus enclenché. Un processus où des productions successives - gestuelles, parlées, écrites, dessinées... - sont autant de moments forts de travail dans le tissu du symbolique.

C'est là que pourrait être évoqué, comme apport précieux et hors d'une démarche d'apprentissage, le travail créateur d'un Picasso, au travers des esquisses réalisées par lui où, l'une après l'autre, il cherche à faire le portrait de Shakespeare. Des esquisses datées et numérotées par lui (plus d'une douzaine). Des esquisses où chacune est déjà un portrait comme achevé mais modifié pourtant dans la suivante par le regard, le port de tête, une proportion changée ici ou là... Comme un parcours, un travail dans le symbolique où, d'un bonhomme bien planté dans son présent, Picasso en fait surgir, d'esquisse en esquisse, le Shakespeare qui traverse les siècles.

Prendre le temps pour franchir mieux

Pour l'enseignant, tenir le cap : Si l'accent est mis toujours sur les élèves tout au long, c'est pourtant l'enseignant qui « tient le cap » en soutenant les échanges, relançant la recherche. Avec ceci de difficile, dans une telle animation, de ne relever ni de la directivité, ni de la non-directivité. S'il y a activité des élèves, et que cette activité, chemin faisant, change de forme, de nature, c'est l'enseignant qui en est le garant et en même temps le découvreur. Et donc ni pour faire à la place de l'élève, ni pour juger « c'est bien... c'est mal ». Dans le lancement des étapes, dans la stimulation dont il est porteur, dans les mises en relation qu'il provoque et dans la demande toujours récurrente de « montrer » et « dire », l'enseignant est cette médiation décisive qui permet à l'élève de s'entendre lui-même en écoutant et en parlant aux autres, en se lisant et en lisant les autres que ce soient des écrits, des dessins ou



diagrammes, dans tout cela l'enseignant est en recherche active permanente. Une autre activité-recherche que celle de l'élève. Et c'est le tissage de ces deux activités qui fait de toute démarche un moment intense de vie où, à la réflexion et aux activités vient se mêler un contentement qui devient même une forme de jubilation qui naît et s'exprime. Alors qu'il en a fallu du temps, voire même de l'obstination, à certains moments, pour surmonter contradictions et contraintes de réalité. Mais quand arrive un tel aboutissement, alors s'exprime souvent une forme de joie, de fierté même. Parce que du nouveau a surgi et que cela tient la route⁸.

Mais la crainte de passer trop de temps dans telle ou telle démarche doit être vite pondérée par le constat ensuite de bonds en avant quand est convoqué le réinvestissement croisé de concepts antérieurement construits. Ainsi comme on l'a abordé plus haut à propos de la retenue, non comme leçon nouvelle, mais comme reprise, dans l'usage opérationnel de l'addition, des principes conceptualisés de la numération décimale.

Intégrer ensemble signification et usage des signes. Il s'agit bien d'un savoir scolaire qui est produit, mais dans un contexte de conscientisation où l'élève, à cet endroit, se découvre en capacité de pouvoir dire « ça marche » mais surtout « je comprends ».

Écrire ses pratiques ? Et si c'était pour celui ou celle qui les écrit, ses pratiques, une autre activité encore que celle de les avoir élaborées, animées. Si cet écrit provoquait en lui-même une mise en recul, un champ nouveau d'analyse où peuvent se construire encore d'autres clés pour les appréhender, et surtout les partager, « ces » pratiques ? ■

⁸ Tels ces élèves de CMI applaudissant au moment où, au terme d'une démarche aux séances multiples, fut découvert que le carré, - ce carré si simple, si courant dans le quotidien, hé bien ce carré se trouvait être tant de polygones à la fois : rectangle, losange, parallélogramme, quadrilatère, polygone... !! Ou encore cette fillette tchadienne se mettant à danser une danse africaine autour d'un problème résolu (avec des diagrammes dessinés au sol).